



آزمون ۱ از ۱۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.  
امام خمینی (ره)

ویژه پایه یازدهم

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش یازدهم - تابستانه اول (۱۴۰۲/۰۵/۲۰)

## ریاضی و فیزیک (یازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)

### مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 @sanjesheducationgroup

 @sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ریاضی (۱) و هندسه (۱)

۱. گزینه ۳ درست است.

مجموعه‌های  $Q - Z$  و  $Q \cap Q' = \emptyset$  و  $W - N = \{0\}$  متناهی‌اند.

۲. گزینه ۲ درست است.

در دنباله خطی  $t_n = an + b$  جمله عمومی است:

$$\left. \begin{array}{l} n = 4 \rightarrow t_4 = 4a + b = 17 \\ n = 10 \rightarrow t_{10} = 10a + b = 41 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 4, b = 1 \rightarrow \begin{array}{l} t_n = 4n + 1 \\ t_{21} = 4(21) + 1 = 85 \end{array}$$

جمله عمومی دنباله درجه ۲ را به صورت  $d_n = an^2 + bn + c$  در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = 38 \rightarrow a + b + c = 38 \\ d_2 = 65 \rightarrow 4a + 2b + c = 65 \\ d_3 = 88 \rightarrow 9a + 3b + c = 88 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} 3a + b = 27 \\ 5a + b = 23 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 33 \\ c = 7 \end{array} \right.$$

$$d_n = -2n^2 + 33n + 7 \rightarrow n_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-33}{2(-2)} = 8,25$$

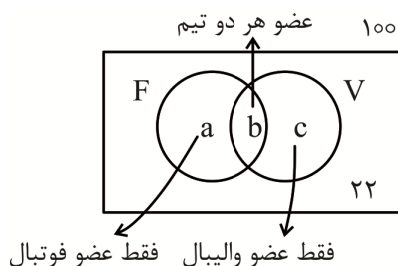
در دنباله درجه ۲ مقادیر  $n$  طبیعی است، بنابراین بزرگ‌ترین جمله به ازای  $n = 8$  یا  $n = 9$  اتفاق می‌افتد که در همسایگی  $8,25$  هستند:

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 8 \rightarrow d_8 = 143 = \max \\ n = 9 \rightarrow d_9 = 142 \end{array} \right.$$

$$143 - 85 = 58 = \text{اختلاف مورد نظر سؤال}$$

۳. گزینه ۱ درست است.

فرض کنید تعداد کل دانش‌آموزان مجموعه مرجع ۱۰۰ نفر است:



عضو هیچ یک از دو تیم

$$a + b + c = 78 \rightarrow n(F \cup V)' = 100 - 78 = 22$$

$$\rightarrow a + c + 22 = 36 \rightarrow a + c = 14$$

۴. گزینه ۴ درست است.

دنباله حسابی:  $t_n = t_1 + (n-1)d$

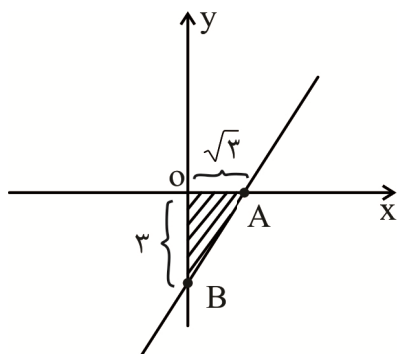
$$480 = 120 + (7+2-1)d \rightarrow d = 45 \rightarrow \max (\text{واسطه‌های حسابی}) = 480 - 45 = 435$$

دنباله هندسی:  $t_n = t_1 \cdot r^{n-1} \rightarrow 480 = 120 \times r^{5+2-1} \rightarrow 4 = r^6 \rightarrow r^3 = 2$

$$= 120 \times r^3 = 120 \times 2 = 240$$

$$\text{اختلاف مورد نظر سؤال} = 435 - 240 = 195$$

۵. گزینه ۴ درست است.



$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{معادله خط: } y - 3 = \sqrt{3}(x - 2\sqrt{3})$$

محل برخورد با محور  $y$  ها      محل برخورد با محور  $x$  ها

$$A \left| \begin{array}{c} \sqrt{3} \\ \circ \end{array} \right.$$

$$B \left| \begin{array}{c} \circ \\ -3 \end{array} \right.$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

۶. گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم  $\frac{1}{1 + \cot^2 \theta} = \sin^2 \theta$  و  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  بنابراین:

$$M = \sin^2 \theta - (1 - \sin^2 \theta) + 16 \sin^2 \theta$$

$$M = 18 \sin^2 \theta - 1 = 18 \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 1 = 3$$

۷. گزینه ۲ درست است.

$$\tan x - \cot x = 3 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان } 2} \tan^2 x + \cot^2 x - 2 \tan x \cdot \cot x = 9$$

$$\boxed{\tan^2 x + \cot^2 x = 11} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tan^3 x - \cot^3 x &= (\tan x - \cot x)(\tan^2 x + \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x) \\ &= 3(11 + 1) = 36 \quad \text{طبق (1)} \end{aligned}$$

۸. گزینه ۱ درست است.

طرفین رابطه را بر  $\sin^2 x$  تقسیم و سپس از رابطه  $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$  استفاده می‌کنیم:

$$1 + 2 \cot^2 x + 3 \cot x = 3(1 + \cot^2 x)$$

$$\cot^2 x - 3 \cot x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب در معادله درجه ۲ صفر است}} \begin{cases} \cot x = 1 \\ \cot x = 2 \end{cases}$$

$$\cot x = 1^3 + 2^3 = 9$$

۹. گزینه ۳ درست است.

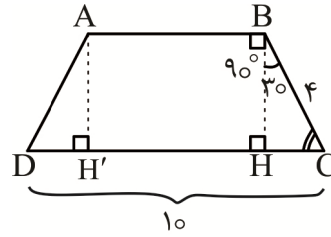
ضلع مقابل به زاویه  $30^\circ$  نصف وتر است، بنابراین  $HC = 2$ :

$$\cos B = \frac{HB}{BC} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{HB}{4} \rightarrow \text{ارتفاع دوزنقه} = HB = 2\sqrt{3}$$

\* در دوزنقه متساوی الساقین  $\triangle BHC \cong \triangle AH'D$ :  $ABCD$

از طرف دیگر  $HH' = AB = 10 - 2(2) = 6$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + DC) \times HB = \frac{1}{2}(6 + 10) \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$



۱۰. گزینه ۳ درست است.

برای مکعب به ضلع  $a$  حجم و سطح کل به ترتیب  $a^3, 6a^2$  است:

مکعب بیرونی  $6a^2 = 96\sqrt{4} \rightarrow a = 4\sqrt{2} \rightarrow V_a = 128$

مکعب درونی  $6b^2 = 24\sqrt{9} \rightarrow b = 2\sqrt{3} \rightarrow V_b = 24$

بنابراین، حجم مکعب میانی ( $V_x$ ) در رابطه  $24 < V_x < 128$  صدق می کند و مقادیر حجم با طول ضلع صحیح عبارتند از:

$V_x : 27, 64, 125$   
 ↓  
 کوچک ترین حجم میانی با طول ضلع صحیح      بزرگ ترین حجم میانی با طول ضلع صحیح

$125 - 27 = 98 =$  اختلاف مورد نظر سؤال

۱۱. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{aligned} & \underbrace{(a+b)(a-b)}_{\text{اتحاد مزدوج}} (a^f + a^2 b^2 + b^f) \\ &= \underbrace{(a^2 - b^2)}_{\text{اتحاد چاق و لاغر}} (a^f + a^2 b^2 + b^f) = a^6 - b^6 \\ &= (5\sqrt[3]{3})^6 - (3\sqrt[3]{5})^6 \\ &= 5^6 \times 3^2 - 3^6 \times 5^2 \\ &= 5^2 \times 3^2 (5^4 - 3^4) \\ &= 25 \times 9 \times 544 \\ &= 122400 \end{aligned}$$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

فقط گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا:

$$0 < a < 1 \xrightarrow{xa} 0 < a^2 < a \Rightarrow a^2 < a+1 \rightarrow \sqrt[4]{a^2} < \sqrt[4]{a+1} \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt[4]{a+1}$$

۱۳. گزینه ۲ درست است.

دو طرف فرض سؤال را در مزدوج عبارات شامل  $X$  ضرب می‌کنیم:

$$(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}) = 3(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4})$$

$$x+2-x+4 = 3(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4})$$

$$\boxed{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2 \rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3 \rightarrow \sqrt{x-4} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{17}{4}$$

$$\text{عبارت مورد نظر سؤال} = 9\sqrt{x+2} - 5\sqrt{x-4} = 9\left(\frac{5}{2}\right) - 5\left(\frac{1}{2}\right) = 20$$

۱۴. گزینه ۱ درست است.

$$\left| \frac{x+8}{3} \right| \leq 5 \rightarrow |x+8| \leq 15 \rightarrow -15 \leq x+8 \leq 15$$

مجموعه جواب شامل ۳۱ عدد صحیح است  $\rightarrow -23 \leq x \leq 7$

۱۵. گزینه ۲ درست است.

در سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  نقطه  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$  رأس سهمی است و در ناحیه سوم دستگاه مختصات  $X$  و  $Y$  هر دو منفی اند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{4\sqrt{3}}{2m} < 0 \Rightarrow m < 0 \quad (1) \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{fac - b^2}{4a} = \frac{4(m)(m+4) - 48}{4m} < 0 \rightarrow 4(m^2 + 4m) - 48 > 0 \rightarrow m^2 + 4m - 12 > 0 \\ \rightarrow (m+6)(m-2) > 0 \rightarrow m < -6 \text{ یا } m > 2 \quad (2) \end{array} \right.$$

مقادیر  $m$  شامل ۵ عدد صحیح منفی نمی‌شود  $\Rightarrow m < -6 \Rightarrow (1), (2)$

۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$3x^2 - 6x + k = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 - 2x + \frac{k}{3} = 0$$

$$(x-1)^2 - 1 + \frac{k}{3} = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x-1)^2 = 1 - \frac{k}{3} \\ (x-1)^2 = m \end{array} \right. \xrightarrow{\text{مقایسه دو معادله}} 1 - \frac{k}{3} = m$$

$$\xrightarrow{\times 6} 6 - 2k = 6m \rightarrow 6m + 2k = 6 \rightarrow \boxed{2(k+3m) = 6}$$

۱۷. گزینه ۱ درست است.

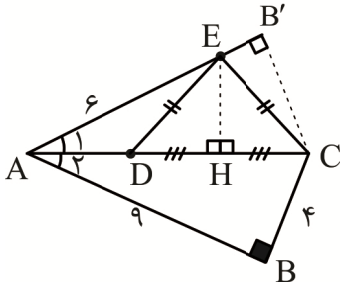
نقطه هم‌رسی (برخورد) ۳ نیمساز داخلی مثلث، از ۳ ضلع آن به یک فاصله است؛ بنابراین:

$$6x - 7 = 2x + 13$$

$$x = 5 \rightarrow \text{فاصله نقطه هم‌رسی نیمسازها تا ضلع سوم مثلث} = 2(5) + 13 = 23$$

۱۸. گزینه ۲ درست است.

از نقطه C، عمودی بر امتداد AE رسم می‌کنیم تا آن را در B' قطع کند:



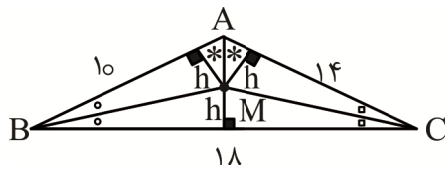
$$\hat{A} \text{ نیمساز } AC \Rightarrow \begin{cases} BC = B'C = 4 \text{ (چون نقطه } C \text{ روی نیمساز } AC \text{ از دوزلع آن به یک فاصله است)} \\ AB = AB' = 9 \rightarrow EB' = AB' - AE = 9 - 6 = 3 \end{cases}$$

( $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ )

$$\triangle EB'C: \hat{B}' = 90^\circ \xrightarrow{\text{فیتاغورث}} EC^2 = B'E^2 + B'C^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \rightarrow \boxed{EC = 5}$$

چون هر نقطه مانند E روی عمود منصف CD از دو سر آن به یک فاصله است؛ بنابراین  $ED = EC = 5$

۱۹. گزینه ۴ درست است.



محل همرسی ۳ نیمساز زوایای داخلی هر مثلث (نقطه M) از هر ۳ ضلع مثلث به یک فاصله است (ارتفاع h) بنابراین:

$$S_{\triangle AMB} + S_{\triangle BMC} + S_{\triangle AMC} = S_{\triangle ABC} \rightarrow \text{بزرگ‌ترین مثلث موجود در شکل}$$

$$\frac{10 \times h}{2} + \frac{18 \times h}{2} + \frac{14 \times h}{2} = 252$$

$$h = 12$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{10 \times 12}{2} = 60 \text{ کوچک‌ترین مساحت مثلث موجود}$$

۲۰. گزینه ۱ درست است.

مطابق نتیجه تمرین ۶ صفحه ۲۷ کتاب درسی هندسه (۱) (قضیه حمار یا نامساوی در مثلث):

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC: 12 - 5 < AC < 12 + 5 \\ \triangle ADC: 8 - 7 < AC < 8 + 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 7 < AC < 17 \\ 1 < AC < 15 \end{cases} \Rightarrow 7 < AC < 15$$

اندازه AC شامل ۷ عدد طبیعی است. ( $m = 7$ )

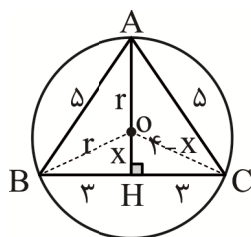
$$\left. \begin{array}{l} \triangle BDC: 12 - 8 < BD < 12 + 8 \\ \triangle ABD: 7 - 5 < BD < 7 + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 4 < BD < 20 \\ 2 < BD < 12 \end{cases} \Rightarrow 4 < BD < 12$$

اندازه BD شامل ۷ عدد طبیعی است. ( $n = 7$ )

$$m^2 + n^2 = 7^2 + 7^2 = 98$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

مرکز دایره گذرنده از هر ۳ رأس مثلث (موسوم به دایره محیطی) محل هم‌رسی ۳ عمودمنصف اضلاع مثلث است، زیرا این نقطه از ۳ رأس به یک فاصله است (= شعاع دایره محیطی) مطابق شکل نقطه O مرکز دایره موردنظر است.



با فرض  $OH = x$  آنگاه:  $r = OC = OB = OA = 4 - x$

$$\Delta AHC: \text{ فیثاغورث: } AH^2 + HC^2 = AC^2 \rightarrow AH^2 + 3^2 = 5^2 \rightarrow AH = 4$$

$$\Delta OHC: \text{ فیثاغورث: } OH^2 + HC^2 = OC^2 \Rightarrow x^2 + 3^2 = (4-x)^2 \rightarrow x^2 + 9 = 16 + x^2 - 8x$$

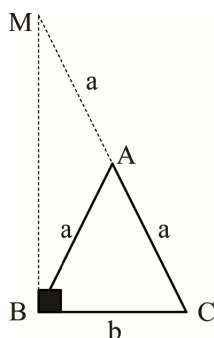
$$\rightarrow x = \frac{7}{8} \Rightarrow r = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}$$

$$\text{محیط دایره محیطی مثلث} = 2\pi r = 2 \times 3 \times \frac{25}{8} = 18,75$$

۲۲. گزینه ۲ درست است.

با توجه به روش رسم مثلث BMC، این مثلث قائم‌الزاویه است، زیرا میانه AB وارد بر ضلع MC نصف آن است (در مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف آن است). بنابراین:

$$MB^2 = MC^2 - BC^2 = (2a)^2 - b^2 \rightarrow MB = \sqrt{4a^2 - b^2}$$



$$S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2} b \sqrt{4a^2 - b^2}$$

↓ ارتفاع  
↓ قاعده

۲۳. گزینه ۲ درست است.

در هر مثلث، اندازه هر ضلع بین مجموع و قدرمطلق تفاضل دو ضلع دیگر قرار می‌گیرد. (ص ۲۷ هندسه ۱) و نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها برابر است. (صفحه ۳۱ هندسه ۱) بنابراین قضیه نامساوی (قضیه حمار) در مثلث برای عکس ارتفاع‌ها هم صادق است، یعنی اگر  $h_c, h_b, h_a$  به ترتیب ارتفاع‌های نظیر اضلاع  $c, b, a$  باشند:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \Rightarrow a = \frac{2S}{h_a}, b = \frac{2S}{h_b}, c = \frac{2S}{h_c}$$

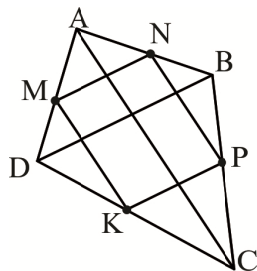
$$a < b + c \rightarrow \frac{2S}{h_a} < \frac{2S}{h_b} + \frac{2S}{h_c} \xrightarrow{\div 2S} \frac{1}{h_a} < \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \Rightarrow 4x - 1 < (2x + 1) + (x + 1) \Rightarrow x < 3 \quad (1)$$

$$b < a + c \rightarrow \frac{2S}{h_b} < \frac{2S}{h_a} + \frac{2S}{h_c} \xrightarrow{\div 2S} \frac{1}{h_b} < \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c} \Rightarrow 2x + 1 < (4x - 1) + (x + 1) \Rightarrow x > \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$c < a + b \rightarrow \frac{2S}{h_c} < \frac{2S}{h_a} + \frac{2S}{h_b} \xrightarrow{\div 2S} \frac{1}{h_c} < \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} \Rightarrow x + 1 < (4x - 1) + 2x + 1 \Rightarrow x > \frac{1}{5} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 3 \rightarrow x \text{ دارای دو مقدار طبیعی } x = 1 \text{ و } x = 2 \text{ است.}$$

۲۴. گزینه ۱ درست است.



مطابق عکس قضیه تالس در مثلثهای ABD و BCD:

$$\frac{MN}{BD} = \frac{KP}{BD} = \frac{1}{2}, KP \parallel BD, MN \parallel BD \quad (۲)$$

به همین ترتیب در مثلثهای ABC و ADC هم داریم:

$$\frac{NP}{AC} = \frac{KM}{AC} = \frac{1}{2}, KM \parallel AC, NP \parallel AC \quad (۱)$$

$$(۱), (۲) \begin{cases} \text{چهارضلعی } MNPK \text{ متوازی الاضلاع است} \rightarrow MN = PK, NP = MK \\ \text{محیط } MNPK = 2MN + 2MK = 2\left(\frac{1}{2}BD\right) + 2\left(\frac{1}{2}AC\right) = BD + AC = 23 + 24 = 47 \end{cases}$$

∴ محیط چهارضلعی (متوازی الاضلاع) حاصل از به هم وصل کردن وسطهای اضلاع هر چهارضلعی محدب دلخواه همواره برابر مجموع قطرهای چهارضلعی اولیه است.

۲۵. گزینه ۱ درست است.

$$Z^x = 24 \times 54 \rightarrow Z^x = (2^3 \times 3) \times (2 \times 3^3) \rightarrow \boxed{Z = 36}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{36}{5} \begin{cases} x = \frac{72}{5} \\ y = \frac{108}{5} \end{cases}$$

$$x + y + z = \frac{72}{5} + \frac{108}{5} + 36 = 72$$

۲۶. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} \hat{M} = \hat{B} & \text{فرض سؤال} \\ \hat{C} = \hat{C} & \text{مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{ZZ}} \triangle MNC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MC}{BC} = \frac{MN}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

$$\xrightarrow{\frac{MC=AC}{2}} \frac{AC}{2BC} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow AC^2 = 2NC \cdot BC$$

$$AC^2 = 2 \times 3(3+21) \Rightarrow \boxed{AC=12} \rightarrow \boxed{AM=MC=6} \quad \text{چون } M \text{ وسط ضلع } AC \text{ است}$$

$$\triangle MNC \text{ محیط} = MN + MC + NC = 17 \Rightarrow \boxed{MN=8}$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{MN}{AB} \Rightarrow \frac{6}{24} = \frac{8}{AB} \rightarrow \boxed{AB=32}$$

$$AMNB \text{ محیط چهارضلعی} = AM + MN + NB + BA = 6 + 8 + 21 + 32 = 67$$



۲۷. گزینه ۳ درست است.

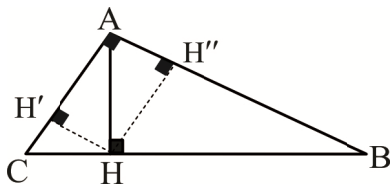
$$S_{\Delta AMN} = x \rightarrow S_{\square MNCB} = 15x \rightarrow S_{\Delta ABC} = 16x$$

$$\frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{x}{16x} = \frac{1}{16} = K^2 \rightarrow K = \frac{1}{4}$$

نسبت تشابه

$$\frac{S_{\Delta AMN \text{ محیط}}}{S_{\Delta ABC \text{ محیط}}} = K = \frac{1}{4} \rightarrow (S_{\Delta ABC \text{ محیط}}) = 4(S_{\Delta AMN \text{ محیط}})$$

۲۸. گزینه ۲ درست است.



$$AH^2 = HC \times HB$$

$$AH^2 = 3.6 \times 6.4$$

$$\boxed{AH = 4.8}$$

$$AC^2 = HC \cdot BC \rightarrow AC^2 = 3.6 \times 10 \rightarrow AC = 6$$

$$AB^2 = HB \cdot BC \rightarrow AB^2 = 6.4 \times 10 \rightarrow AB = 8$$

$$\Delta ACH : AH \times HC = AC \times HH' \rightarrow 4.8 \times 3.6 = 6 \times HH' \rightarrow \boxed{HH' = 2.88}$$

$$\Delta ABH : AH \times HB = AB \times HH'' \rightarrow 4.8 \times 6.4 = 8 \times HH'' \rightarrow \boxed{HH'' = 3.84}$$

$$HH' + HH'' = 6.72$$

۲۹. گزینه ۴ درست است.

فاصله دو خط موازی L و L' را برابر h در نظر می‌گیریم، چون قاعده دو متوازی الاضلاع ABCD و ABEF یکسان است (پاره خط AB)، بنابراین مساحت آن دو یکسان است:

$$S_{\square ABCD} = S_{\square ABEF} \quad (1)$$

$$L \parallel L' \Rightarrow \Delta MDE \sim \Delta AMB \Rightarrow \frac{S_{\Delta MDE}}{S_{\Delta AMB}} = \left(\frac{MD}{AM}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow \frac{S_{\Delta MDE}}{40} = \frac{25}{4} \Rightarrow S_{\Delta MDE} = 250 \quad (2)$$

$$MD \parallel BC \Rightarrow \frac{S_{\Delta MDE}}{S_{\Delta EBC}} = \left(\frac{MD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{MD}{AD}\right)^2 = \left(\frac{5}{5+2}\right)^2 = \frac{25}{49} \xrightarrow{\text{طبق (2)}}$$

در متوازی الاضلاع AD = BC

$$\frac{250}{S_{\Delta EBC}} = \frac{25}{49} \rightarrow \boxed{S_{\Delta EBC} = 490} \quad (3)$$

$$S_{\square DMBC} = S_{\Delta EBC} - S_{\Delta MDE} = 490 - 250 = 240 \rightarrow S_{\square ABCD} = S_{\square DMBC} + S_{\Delta MAB}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \swarrow$$

$$S_{\square ABCD} = 240 + 40 = 280$$

$$(1) \text{ مجموع مساحت‌های دو متوازی الاضلاع طبق } = 2 \times 280 = 560$$

۳۰. گزینه ۲ درست است.

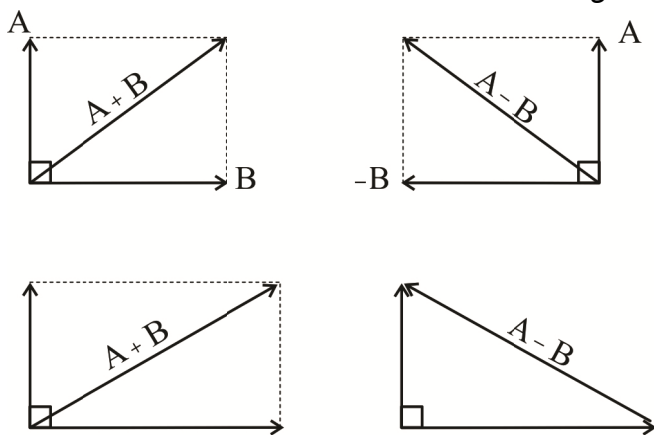
$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EN} = \frac{AD}{DB} \\ ND \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AN}{NC} = \frac{AD}{DB} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EN} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{4+6}{NC} \rightarrow \boxed{NC = 15}$$

$$ND \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AN}{AC} = \frac{ND}{BC} \Rightarrow \frac{4+6}{4+6+15} = \frac{ND}{BC} \rightarrow \frac{10}{25} = \frac{ND}{BC} \rightarrow \boxed{BC = 2,5ND}$$

**فیزیک (۱)**

۳۱. گزینه ۳ درست است.

با توجه به جهت و اندازه بردارها هرگاه برهم عمود باشند حاصل  $A + B = A - B$



۳۲. گزینه ۱ درست است.

$$\text{تندی} = 20 \times 0,5 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 3,6 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۳۳. گزینه ۴ درست است.

$$\text{مساحت دایره} = \frac{\pi D^2}{4} = \pi R^2$$

$$\text{حجم استوانه} = \frac{\pi D^2}{4} \times h = \frac{3 \times 5^2}{4} \times 10 = 187,5 \text{ Lit}$$

$$t = 187,5 \text{ Lit} \div 0,5 \frac{\text{Lit}}{\text{s}} = 375 \text{ s}$$

۱s	0,5 Lit
t	187,5 Lit

۳۴. گزینه ۱ درست است.

در نمودار (۱) جرم‌ها مساوی و حجم‌ها متفاوت است. حجم با چگالی رابطه عکس دارد.

$$\rho_A = \frac{m}{\gamma}, \rho_B = \frac{m}{\delta}$$

$$\rho_A > \rho_B \Rightarrow \rho_B = \frac{\gamma}{\delta} \rho_A$$

$$\rho_C = \frac{m}{\epsilon}, \rho_D = \frac{m}{\gamma} \Rightarrow \rho_D = \gamma \rho_C$$

در نمودار (۲)

۳۵. گزینه ۳ درست است.

نیروی بین مولکولی جامدات بیشتر از مایعات، مایعات و جامدات بیشتر از گازها است.  
S سالیید / L لیکوئید / G گاز

$$F_S > F_L > F_G$$

۳۶. گزینه ۲ درست است.

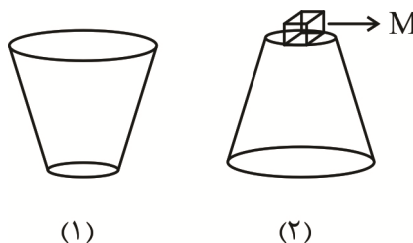
$$W_1 = W_2 = W$$

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{W_1}{A_1} = \frac{W_2 + Mg}{A_2}$$

$$\frac{W}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \frac{W + Mg}{\frac{\pi D_2^2}{4}} \Rightarrow \frac{4W}{D_1^2} = \frac{W + Mg}{D_2^2}$$

$$3W = Mg \Rightarrow M = \frac{3W}{10} = 0.3W$$



۳۷. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho g h_B - \rho g h_A = \rho g (h_B - h_A) \Rightarrow$$

$$\Delta P = 1.5 \times 10^3 \times 10 \times 3 = 45000 = 45 \text{ kPa} = 0.45 \text{ MPa}$$

۳۸. گزینه ۳ درست است.

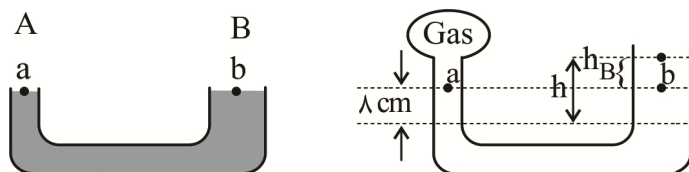
$$P_A = P_{Hg} + P_o - P_{H_2O} \Rightarrow P_A = (\rho g h)_{Hg} + P_o - (\rho g h)_{H_2O}$$

$$P_A = 13600 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} + 10^5 - 1000 \times 10 \times 20 \times 10^{-2}$$

$$P_A = 68000 + 100000 - 20000 = 166000 \text{ Pa} = 1.66 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_A = 1.66 \text{ atm}$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.



$$D_B = 2D_A \Rightarrow A_B = 4A_A$$

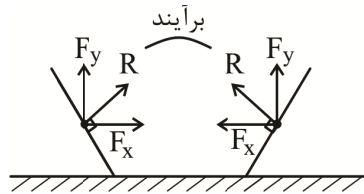
$$V_A = V_B \Rightarrow h_A A_A = h_B A_B \Rightarrow \lambda \times A_A = h_B \times 4A_A$$

$$h_B = 2 \text{ cm} \Rightarrow h = h_A + h_B = 8 + 2 = 10 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow \text{فشار } P_{\text{مایع}} = \frac{(\rho h)}{\rho_{\text{Hg}}} = \frac{6/8 \times 10}{13/6} = 5 \text{ cm Hg}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{کاز}} = P_o + P_{\text{مایع}} = 76 + 5 = 81 \text{ cm Hg}$$

۴۰. گزینه ۱ درست است.



نیروی که از طرف دیواره طرف در هر نقطه اثر می کند، عمود بر سطح است.

$$F_y \neq 0 \quad F_x = 0$$

۴۱. گزینه ۲ درست است.

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{W_A}{A_A} + \rho g h = \frac{W_B}{A_B}$$

$$\frac{30}{15 \times 10} + 4000 \times 10 \times 0.2 = \frac{W_B}{600 \times 10^{-4}}$$

$$2 \times 10^4 + 0.8 \times 10^4 = \frac{W_B}{6 \times 10^{-2}} \Rightarrow W_B = 1680 \text{ N}$$

۴۲. گزینه ۳ درست است.

$$P_1 = P_2 \quad \text{با توجه به ارتفاع مساوی}$$

$$F_1 = F_2 \quad \text{با توجه به چگالی و حجم مساوی}$$

۴۳. گزینه ۲ درست است.

با باز شدن شیر آب و جریان آب، تندی جریان شاره در سمت چپ گوی افزایش می یابد، پس فشار هوا کاهش می یابد و فشار هوای سمت راست باعث حرکت گوی به سمت چپ و تماس گوی با آب می شود.

۴۴. گزینه ۱ درست است.

آهنگ شارش = دبی

مجموع کل دبی ورودی برابر است با مجموع کل دبی خروجی، مقاطع همواره دایره ای است.

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

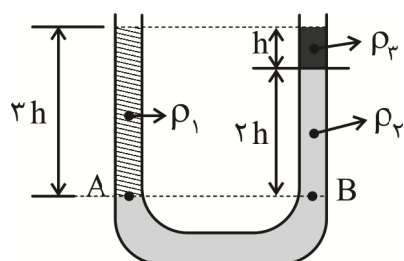
$$A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$$

$$\frac{\pi D_1^2}{4} \times V_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} \times V_2 + \frac{\pi D_3^2}{4} \times V_3$$

$$10^2 \times V_1 = 4^2 \times V_2 + 8^2 \times V_3$$

$$V_1 = \frac{16 \times 10 + 64 \times 5}{10^2} = \frac{160 + 320}{100} = 4.8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۴۵. گزینه ۴ درست است.

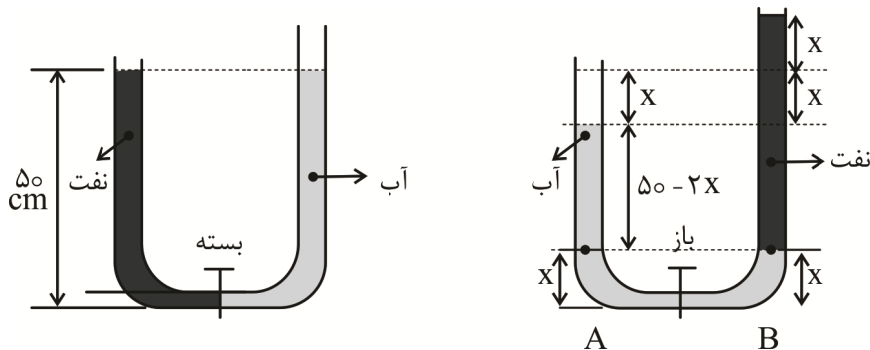


$$P_A = P_B$$

$$\rho_1 g 3h = \rho_2 g h + \rho_2 g 2h$$

$$3\rho_1 = \rho_2 + 2\rho_2$$

۴۶. گزینه ۲ درست است.



برای سطح همتراز  $P_A = P_B$  آب چگالی بیشتری دارد و در سطح پایین تر قرار می گیرد.

$$\rho_A g h_A = \rho_B g h_B \Rightarrow \rho_A (50 - 2x) = \rho_B \times (50 - 2x + 2x)$$

$$1000 \times (50 - 2x) = 800 \times 50$$

$$50 - 2x = 40 \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

۴۷. گزینه ۳ درست است.

$$k_2 = \frac{1}{2} m v_2^2, \quad k_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 4j = \frac{1}{2} m \times 4^2 \Rightarrow m = \frac{4}{16} = 0.25 \text{ kg}$$

$$25 = \frac{1}{2} \times 0.25 \times v_2^2$$

$$100 = v_2^2 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_2 = 10 - 4 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۸. گزینه ۱ درست است.

$$k_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow k_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_1^2 \Rightarrow k_1 = v_1^2$$

$$k_1 + 48 = \frac{1}{2} m (v_1 + 4)^2 \Rightarrow v_1^2 + 48 = \frac{1}{2} \times 2 (v_1 + 4)^2$$

$$\cancel{v_1^2} + 48 = \cancel{v_1^2} + 8v_1 + 16 \Rightarrow 32 = 8v_1 \Rightarrow v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k_1 = 4^2 = 16 \text{ J}$$

۴۹. گزینه ۴ درست است.

$$F - f_k = ma \Rightarrow F = f_k = 8 \text{ N}$$

$$x = vt \Rightarrow x = 1.5 \times 60 = 90 \text{ m}$$

$$W_{fk} = f_k \times x \times \cos 180^\circ = 8 \times 90 \times (-1) = -720 \text{ J}$$

۵۰. گزینه ۲ درست است.

$$K_a = \frac{1}{2} m(2v)^2 = 2mv^2$$

$$K_b = \frac{1}{2} mv^2$$

$$K_c = \frac{1}{2} (2m) \left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} mv^2$$

$$K_d = \frac{1}{2} 2m(2v)^2 = 4mv^2$$

$$K_d > K_a > K_b > K_c$$

$$K_a = 4K_b, \quad K_d = 8K_b, \quad K_c = \frac{1}{4}K_b$$

۵۱. گزینه ۱ درست است.

$$W = K_f - K_i \Rightarrow F \cdot d \cos 0 = K_f - K_i$$

$$F \times 10 = 64 - 40 \Rightarrow F = 2.4 \text{ N}$$

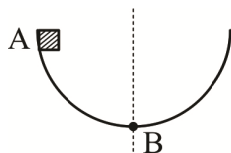
۵۲. گزینه ۳ درست است.

$$W = K_f - K_i$$

$$W_{fN} + W_g + W_{fk} = K_B - K_A$$

$$W_g + W_{fk} = 0 - 0 \Rightarrow W_g = -W_{fk} \Rightarrow \frac{W_g}{-W_{fk}} = -1$$

۵۳. گزینه ۲ درست است.



$$v_1 = v$$

$$W_t = \Delta K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m(v_1^2 - 0) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} mv_1^2$$

$$W_t = \Delta K_f \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_1^2)$$

$$\frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_1^2) \Rightarrow v_f^2 = 2v_1^2 \quad v_f = \sqrt{2} v_1 = \sqrt{2} v$$

۵۴. گزینه ۴ درست است.

شتاب و تندی سقوط جسم به جرم آن بستگی ندارد، پس گزینه ۴ درست است. اما گلوله آهنی جرم بیشتری دارد، بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ نادرست هستند.

۵۵. گزینه ۱ درست است.

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان مصرفی کل}} \Rightarrow \frac{60}{100} = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{P_t t}$$

$$\Rightarrow \frac{60}{100} = \frac{1200 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 1200 \times 100}{P_t \times 60} \Rightarrow P_t = \frac{18 \times 10^5}{360} = 0.5 \times 10^4 \text{ W}$$

$$P_t = 5000 = 5 \text{ kW}$$

شیمی (۱)

۵۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا Fe و O بیشترین فراوانی را در کره زمین داشته و ترکیبی به صورت  $Fe_2O_3$  ایجاد می کنند. در مورد سایر گزینه ها، عنصر Fe در دسته d جای دارد و تنها Si جزو ۸ عنصر اصلی سازنده زمین بوده و شبه فلز است و دو عنصر Ca و Mg از فلزهای قلیایی بوده و جزو ۸ عنصر اصلی سازنده زمین اند.

۵۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا در ستاره ها پس از H، ابتدا He و سپس عنصرهای سبک ایجاد می شوند.

۵۸. گزینه ۴ درست است.

اتم  ${}^7_3\text{H}$  شامل ۶ نوترون است و داریم:  $X: 1s^2 2s^2 2p^2$  که این عنصر، دارای ۴ الکترون ظرفیتی است.

۵۹. گزینه ۳ درست است.

زیرا تغییر شمار n و p در راکتورهای هسته ای اتفاق می افتد و در نتیجه A و Z نیز تغییر می یابند. در مورد سایر گزینه ها، اندازه Tc با یون یدید یکسان نیست و  ${}^3_1\text{H}$ ، ایزوتوپ طبیعی هیدروژن است.

۶۰. گزینه ۱ درست است.

این یون شامل ۲۸ الکترون است و در نتیجه اتم آن شامل  ${}^{26}_{11}\text{P}$  و  ${}^{26}_{11}\text{P}$  است و بنابراین  ${}^{39}_{11}\text{n} = 26 \times 1.5$  است و داریم:  
 $39 - 28 = 11$

۶۱. گزینه ۴ درست است.

$$\text{mol C} = 0.18 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} = 0.015 \text{ mol C}$$

$12 \text{ g C}$	$6.02 \times 10^{23} \text{ atom C}$
$0.18 \text{ g C}$	$x$

$$x = 9.03 \times 10^{21}$$

۶۲. گزینه ۴ درست است.

زیرا فراوانی  ${}^{235}_{92}\text{U}$ ، ۰.۷ درصد در اورانیوم طبیعی است و این ایزوتوپ به عنوان سوخت نیروگاه ها (نه  ${}^{238}_{92}\text{U}$ ) مصرف می شود و در غنی سازی، تنها فراوانی ایزوتوپ ها تغییر می کند و نه شمار نوترون ها و پسماند غنی سازی نیز شامل رادیوایزوتوپ ها است و خطرناک محسوب می شود.

۶۳. گزینه ۲ درست است.

این دو عنصر هم گروه اند؛ زیرا هر دو آرایش الکترونی لایه آخر مشابه  $ns^2 np^3$  دارند.

۶۴. گزینه ۲ درست است.

مورد اول: نور خورشید شامل طول موج های متنوعی است.

مورد دوم: طول موج نور قرمز از آبی بیشتر است.

مورد سوم و چهارم درست است (صفحه ۲۰ و ۲۱ کتاب)

۶۵. گزینه ۳ درست است.

گزینه ۴: پدیده نشر نور نیاز به انرژی و تحریک الکترون های اتم دارد. رنگ شعله سدیم به نوع ترکیب آن بستگی ندارد و طیف نشری خطی اتم ها، می تواند شامل چند خط در ناحیه مرئی باشد.

۶۶. گزینه ۱ درست است.

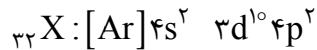
با توجه به فرمول  $2n^2$ ، حداکثر گنجایش این لایه  $32 = 2 \times 4^2$  است و در لایه چهارم، زیرلایه  $4d$  وجود دارد.

۶۷. گزینه ۱ درست است.

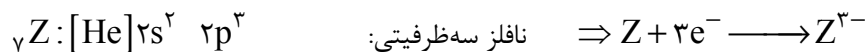
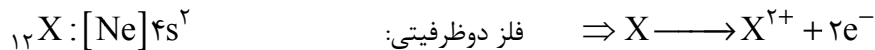
زیرلایه  $4f$  که در این لایه،  $n+1$  برابر  $7$  است. ( $n = 4, l = 3$ )

۶۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا با توجه به آرایش الکترونی، این عنصر ۴ الکترون ظرفیتی دارد و در گروه ۱۴ جدول جای دارد.



۶۹. گزینه ۴ درست است.



و ترکیب پایدار آن‌ها  $X_3Z_2$  است و برای تشکیل آن ۶ الکترون مبادله می‌شود. (دو اتم  $Z$  ۶ الکترون گرفته یا ۳ اتم  $X$ ، ۶ الکترون از دست می‌دهند.)

۷۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا در این ارتفاع،  $H_2O$  و  $CO_2$  یافت نمی‌شوند.

۷۱. گزینه ۱ درست است.

$$LHe = 1000 \text{ g He} \times \frac{1 \text{ mol He}}{4 \text{ g He}} \times \frac{22.4 \text{ L He}}{1 \text{ mol He}} = 5600 \text{ L He}$$

هوای ۱۰۰ L	۰٫۰۰۰۵ L He
x	۵۶۰۰ L He

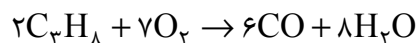
$$x = 1.12 \times 10^9 \text{ L هوای}$$

۷۲. گزینه ۳ درست است.

زیرا با توجه به دمای ذوب و جوش مواد، با سرد شدن هوا، ابتدا بخار آب و سپس  $CO_2$  و پس از آن‌ها اکسیژن جدا می‌شود.

۷۳. گزینه ۳ درست است.

زیرا با توجه به تولید  $CO$ ، سوختن ناقص اتفاق افتاده است و داریم:



۷۴. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



$$\frac{m}{n} = 2 \quad \text{که } m = 6 \text{ و } n = 3 \text{ است و داریم:}$$

۷۵. گزینه ۳ درست است.

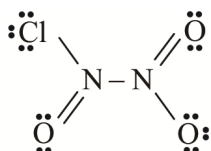
زیرا  $SO_2$  همانند  $TiO_2$ ، شامل دو اتم اکسیژن است.

۷۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا در این ترکیب یون  $Cu^+$  و در  $Na_3N$ ، یون  $Na^+$  وجود دارد.



۷۷. گزینه ۴ درست است.



با توجه به ساختار لوویس، این مولکول شامل ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی و ۷ جفت الکترون پیوندی (در مجموع ۳۴ الکترون) است.

۷۸. گزینه ۳ درست است.

زیرا اسکلت مرجان‌ها با اسیدی شدن آب از بین می‌رود و افزودن آهک باعث بهبود بهره‌وری خاک شده و محلول  $\text{NO}_3^-$  رنگ کاغذ pH را قرمز رنگ می‌کند.

۷۹. گزینه ۱ درست است.

تولید انرژی برق از باد، کمترین رد پای  $\text{CO}_2$  را دارد. (جدول صفحه ۶۶ کتاب)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

هابر، تنها فرآیند صنعتی تولید آمونیاک در شرایط مناسب و بهینه را اختراع کرد و این واکنش تعادلی بوده و به‌طور کامل انجام نمی‌شود و بنابراین آمونیاک را جدا کرده و باقی‌مانده  $\text{H}_2$  و  $\text{N}_2$  مجدداً وارد واکنش می‌شود.